



### Exercice 1

Le bien est produit à l'aide de deux facteurs de production : le capital et le travail. On suppose que l'entreprise qui fabrique le bien n'a pas la possibilité de changer la valeur de son stock de capital. La production varie alors en fonction du nombre d'unités de travail (heure de travail ouvrier) comme suit :

Unités de travail (T)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'unités produites (X)	0	64	214	432	640	800	864	864	784

1. Calculer et représenter, sur le même graphique, la production de toutes les heures de travail, la productivité horaire du travail et la productivité de chaque heure de travail.
2. Après avoir cité la loi des rendements marginaux décroissants, déterminer la valeur du seuil des rendements décroissants.
3. Que signifie l'existence d'une productivité marginale positive, négative ou nulle ?
4. Délimiter sur le graphique les zones de production. Dans quelle zone le producteur a-t-il intérêt à produire ? Expliquer.

### Exercice 2

La fonction de production d'une entreprise est de la forme :  $P=f(K,T) = 10.K.T$  ; où P désigne la production totale, K le capital et T le travail. Les prix des facteurs K et T sont respectivement de 2 dh et 4 dh. Le prix de vente de l'output sur le marché est de 8 dh l'unité.

1. Pour une dimension 1, l'entreprise dispose d'un budget de  $CT_1 = 40$  dh, calculer le profit total de l'entreprise selon la méthode marginale.
2. Pour une dimension 2, l'entreprise augmente son budget de 400%, les prix des facteurs et celui de l'output restant constants. Calculer le nouvel output selon la méthode du degré d'homogénéité et le nouveau profit selon la méthode comptable.
3. Après avoir augmenté sa dimension, l'entreprise est-elle devenue plus compétitive ? Justifier votre réponse en termes de coûts et de rendements.
4. Le sentier d'expansion est-il une droite ou une courbe ? Déterminer son équation.
5. Quelle est la limite d'utilisation des facteurs de production ?

### Exercice 3

Une branche industrielle est composée de 1000 entreprises. Celles-ci produisent dans des conditions techniques identiques et opèrent dans un marché de concurrence parfaite.

Les conditions de production de l'entreprise type sont résumées par sa fonction de coût total :  $CT = f(x) = 10.x^2 + 10.x + 360$ , x étant la quantité produite.

1. Etablir les équations de CVP, CVNP, CF, CTM, CVM, CFM, et Cm.
2. Déterminer la fonction d'offre de l'entreprise type, son seuil de fermeture et son seuil de rentabilité.
3. Déterminer la fonction d'offre au marché.
4. Si le prix du marché est de 200 dh l'unité, calculer l'élasticité de l'offre globale et calculer le profit de l'entreprise type.



## Exercice 1

Un bien est produit à l'aide de deux facteurs de production, le travail et le capital. On précise que l'entreprise ne dispose pas de la possibilité de changer la valeur de son stock de capital. La production varie alors en fonction du nombre d'unités de travail (heures de travail) employées (comme suit) :

Quantité de travail (T)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Quantité d'unités produites (Q)	0	64	214	432	640	800	864	864	784

1. Calculer et représenter, sur le même graphique, la production de toutes les heures de travail, la productivité horaire du travail et la productivité de chaque heure de travail.
2. Après avoir vérifié la loi des rendements marginaux décroissants, déterminer la valeur du seul des rendements décroissants.
3. Citer quelle l'estimation d'une productivité marginale positive, négative ou nulle ?
4. Déterminer sur le graphique les zones de production. Dans quelle zone le producteur s'est-il engagé à produire ? Expliquer.

## 17 Calcul et représentation de PT, PM et Pm :

## Définitions :

La PT du travail se définit comme la  $P^o$  résultant de l'utilisation d'un certain nombre de facteurs travail avec une quantité fixée du facteur capital.

La PM du travail se définit comme la quantité produite par unité du facteur travail, soit  $PM = Q / T = Q(T)$ .

La Pm du travail est la  $q^e$  supplémentaire résultant de l'augmentation d'une unité du facteur T utilisé ; c'est l'accroissement de la  $q^e$  produite induite par la variation supplémentaire de T.

$$P_m = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{Q_n - Q_{n-1}}{T_n - T_{n-1}}$$

A partir de ces définitions, nous allons calculer PT et Pm

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	0	64	214	432	640	800	864	864	784
PM = $\frac{Q}{T}$	0	64	107	144	160	160	144	123,43	98
$P_m = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$	0	64	150	218	208	160	64	0	-80

PT = Production de toutes les heures de travail,  
PM = Productivité horaire du travail,



2) Loi des rendements marginaux décroissants:  
" Si l'on accroit la quantité d'un facteur de production en combinaison avec d'autres facteurs maintenus constants, il existe un point au-delà duquel le PT va croître à un rythme sans cesse décroissant "

3) - L'existence d'une fonction signifie que le PT  
congruence de fait de l'ensemble. L'ensemble supplémentaire  
- L'existence d'une fonction signifie que l'élément  
d'ensemble est distinct de l'ensemble en lui-même de la PT  
- L'existence d'une fonction signifie que l'élément  
d'ensemble supplémentaire de l'ensemble en lui-même de la PT.

\* En Pa est constante ( $\frac{dP_a}{dt} = 0$ ), la V<sub>T</sub> varie  
proportionnellement à l'aire q<sup>te</sup> du piston T. La V<sub>T</sub>  
est c. à un rythme qui s'accroît. Tous ces phénomènes  
se déroulent sans cesse (de T. 1 à T. 3)

On peut résumer le lien entre  $(P_i)_{i \in I}$  des  $\mathbb{Q}$ -tableaux sans

b) Les zones de Production :

- Z 1 = située entre l'origine et le maximum de la PM (part d'égalité entre la PM et Pm)
- Z 2 = située entre le maximum de la PM et le maximum de la PT (Pm et Pm)

La Production a intérêt de produire que le zone 2, c'est la phase de la croissance. Ensuite de la PT et décroissance de la PM et FM, la lecture de P<sup>2</sup> est combinée de façon efficace de la production pour maximiser son profit.



P:4

1) Dimension I : Profit selon la méthode marginale.  
a) Calculer les optima et production maximale.

$$- \text{Max } P = 10K + 8T$$

$$\text{Sous contrainte } CT_1: 40 = 4T + 2K$$

à l'équilibre:

$$\frac{P_{KT}}{P_{KT}} = \frac{P_{KT}}{P_{KT}} = \frac{10K}{4T} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1} \Rightarrow \frac{K}{T} = \frac{4}{1} \Rightarrow K = 4T$$

$$CT_1 = 40 = 4T + 2K = 4T + 2(4T) = 8T$$

$$\Rightarrow T = \frac{40}{8} = 5 \text{ et } K = 4T = 20$$

$$\text{Donc } P = 10K + 8T = 10(20) + 8(5) = 500$$

et Profit selon la méthode marginale: Ene devente

$$\text{Profit total} = \left[ \frac{P_{KT}}{P_{KT}} \cdot (P_{KT} - C_{KT}) \cdot T \right] + \left[ \left( \frac{P_{KT}}{P_{KT}} \cdot P_{KT} - C_{KT} \right) \cdot K \right]$$

$$= \left[ \left( \frac{10}{20} \cdot 8 - 4 \right) \cdot 5 \right] + \left[ \left( \frac{10}{20} \cdot 8 - 2 \right) \cdot 20 \right]$$

$$= \left[ \left( \frac{10}{20} \cdot 8 - 4 \right) \cdot 5 \right] + \left[ \left( \frac{10}{20} \cdot 8 - 2 \right) \cdot 20 \right]$$

$$= 4000 + 3960 = 3960$$

ou bien par substitution:

$$T, K, CT = (20) - CT = (8 \cdot 20) - 40 = 4000 - 40 = 3960$$

2) Dimension II : Nouvel Output et nouveau profit

$$CT_2 = 40 + \left( 40 - \frac{400}{200} \right) = 40 + (40 \cdot 4)$$

$$CT_2 = 40 + (80 \cdot 4) = 40 + 320 = 360$$

Homogénéité de la fonction de P

$$f(K, T) = 10(2K) + 8(4T) = 2 \cdot 10KT + 4 \cdot 8KT$$

P:5

$$CT_2 = 5 \cdot 12 = 600 \text{ (nouveau profit)}$$

$$T_2 = 5 \cdot T_1 = 5 \cdot 5 = 25$$

$$K_2 = 5 \cdot K_1 = 5 \cdot 20 = 100$$

$$P_2 = 5 \cdot P_1 = 5 \cdot 500 = 2500$$

Profit total par la méthode Capitaliste

$$P_{CT} = P_{KT} + CT_2$$

$$= 2500 + 600 = 3100$$

$$P_{CT} = 3100$$

2) Comparaison de l'exploitation:  
L'aire de surface des Capitalistes est plus grande que celle des  
travailleurs (CT) et des profits.

$$CM_1 = \frac{CT_1}{P_1} = \frac{40}{500} = 0,08$$

$$CM_2 = \frac{CT_2}{P_2} = \frac{360}{2500} = 0,144$$

La diminution du coût moyen d'exploitation par la croissance  
d'échelle croissante prouve que l'augmentation de la dimension.  
Les rendements sont croissants parce que la fonction de P est  
homogène de degré 2. La relation du rendement externe de  
diminution du coût moyen de production, le rendement  
proportionnelle entre le coût moyen de long terme et les

RM des facteurs

$$CM_1 = \frac{P_K}{P_T} + \frac{P_T}{P_K} = \frac{1}{20} + \frac{2}{10} = \frac{1}{10}$$

$$CM_2 = \frac{1}{100} + \frac{2}{50} = 0,04 + 0,04 = 0,08$$

$$CM_2 = \frac{1}{12,500} + \frac{2}{12,500} = \frac{1}{6250} + \frac{2}{6250} = 0,0008 + 0,0008 = 0,0016$$

P:6



Pour T :  $\frac{400}{PM_T} = \frac{400 - 400}{100} = \frac{400}{100} = 400\% \Rightarrow PM_T = 5.5\%$

Pour K :  $\frac{6800}{PM_K} = \frac{250 - 50}{50} = \frac{200}{50} = 400\% \Rightarrow PM_K = 3.2\%$

variation du CM :  $\frac{600}{CM} = \frac{0.006 - 0.005}{0.005} = +20\%$

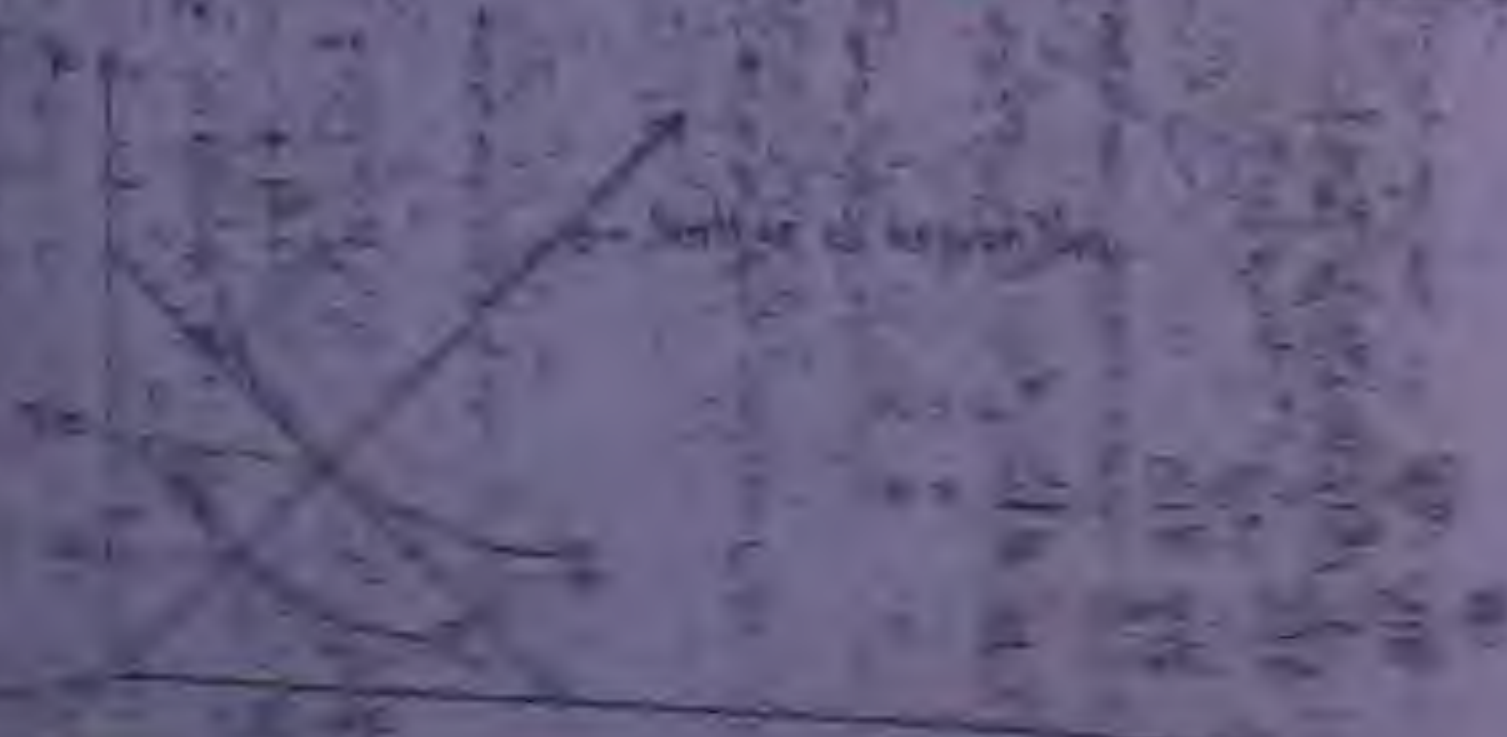
à la fin :  $CM_2 = \frac{CM_1}{1.2} = \frac{0.006}{1.2} = 0.005$

La détermination du CM du produit se fait en partant de la connaissance du CM des facteurs qui sont utilisés par la fabrication du CM de 20% au CM de la fabrication du CM de 20%.

20% = 0.20. Soit  $CM_2 = CM_1 - 0.20 \times CM_1 = CM_1(1 - 0.20) = 0.80 \times CM_1$   
 $CM_2 = \frac{CM_1}{1.25}$  (car  $1 - 0.20 = 0.80$ )

2.1) - Equation du "taux" d'expansion

La fonction de P est linéaire, par conséquent la fonction d'expansion est une droite. Son équation est  $K \cdot \Delta T$



Une branche industrielle est composée de 1000 entreprises. Ces entreprises produisent dans des conditions techniques identiques et opèrent dans un marché de concurrence parfaite. Les conditions de production de l'entreprise type sont résumées par la fonction de coût total :  $CT(x) = 10x^3 + 10x + 360$ ,  $x$  étant la quantité produite.

1. Déduire les équations de CVP, CVNP, CF, CFM, CVM, CTM et Cm.
2. Déterminer la fonction d'offre de l'entreprise type, son coût de fermeture et son coût de revient.
3. Déterminer la fonction d'offre du marché.
4. Si la demande est de 2000 unités, déduire l'équilibre du marché global en calculant le prix de concurrence.

1)  $CT(x) = 10x^3 + 10x + 360$

$CV = 10x^3 + 10x$        $CTM = \frac{CT}{x} = 10x^2 + 10 + \frac{360}{x}$   
 $CF = 360$        $CVP = \frac{CV}{x} = 10x^2 + 10$   
 $CVP = 10x$        $CFM = \frac{CF}{x} = \frac{360}{x}$   
 $CVNP = 10x^2$        $Cm = 20x^2 + 10 = CT'$

2) Fonction de l'offre de l'E<sup>e</sup> type

L'offre est obtenue à partir des conditions de minimisation du profit  $\Pi_T = RT - CT$ .  
 $\Pi_T$  est maximal si  $\Pi_T' = 0$  et  $\Pi_T'' < 0$ .  
 conditions de 1<sup>er</sup> ordre :  
 $\Pi_T' = 0 \Leftrightarrow \Pi_T'' = 0 \Leftrightarrow R_m - C_m = 0 \Leftrightarrow R_m = C_m$   
 ainsi  $R_m = P$  donc

$P = C_m \Leftrightarrow P = 20x^2 + 10 \Leftrightarrow 10x^2 = P - 10$   
 $x = \sqrt{\frac{P - 10}{20}}$

donc  $x = \sqrt{\frac{P - 10}{20}}$

La fonction d'offre de l'entreprise type est donc :  
 $x = \sqrt{\frac{P - 10}{20}}$   
 La fonction d'offre du marché est donc :  
 $X = 1000 \times x = 1000 \times \sqrt{\frac{P - 10}{20}}$   
 La fonction d'offre du marché est donc :  
 $X = 1000 \times \sqrt{\frac{P - 10}{20}}$



Or, le CVM étant linéaire ( $10n + 10$ ), pour déterminer l'offre de l'E<sup>W</sup> à partir du min de CM (seuil de rentabilité),

- Au seuil de rentabilité, le CM est minimum  
 $CM = 10n + 10 + \frac{360}{n}$  et minimum si  $CM' = 0$

$$CM' = 10 - \frac{360}{n^2} = 0 \Rightarrow 10n^2 - 360 = 0 \Rightarrow n^2 = 36 \Rightarrow n = 6$$

WB peut déterminer le seuil de rentabilité par l'égalisation entre  $C_m$  et  $C_H$ .

$$C_m = C_H \Rightarrow 20n + 10 = 10n + 10 + \frac{360}{n}$$

$$\Rightarrow 10n - \frac{360}{n} = 0$$

$$\Rightarrow 10n^2 - 360 = 0$$

avec  $n > 0$  on va trouver  $n = 6$

- Pour le seuil de fermeture :

- min de CVM  $\Rightarrow CVM' = 0 \Rightarrow 10 = 0$  (donc il n'y a pas de seuil de fermeture)

$$CVM = C_m \Rightarrow 10n + 10 = 20n + 10 \Rightarrow 10n = 0 \Rightarrow n = 0$$

Pour une quantité offerte  $n = 6$ , le CM est

$$P \cdot CM = 10 \times 6 + 10 + \frac{360}{6} = 130$$

Ainsi, sera défini la  $P^0$  d'offre de l'E<sup>W</sup> :

$$\text{offre} \begin{cases} n = f(P) = 0,05P - 0,5 & \text{si } P \geq 130 \\ n = 0 & \text{si } P < 130 \end{cases}$$

3) Fonction de l'offre au Marché :

offre au marché = offre globale =  $\sum$  des offres individuelles

$$\begin{cases} \text{offre} = \sum_{i=1}^{1000} n_i = 1000 (0,05P - 0,5) = 50P - 500 & \text{si } P \geq 130 \\ \text{offre} = 0 & \text{si } P < 130 \end{cases}$$